

TRIBUNE

De l'exposant à l'explosion, qu'est-ce qui ne passe pas avec l'exponentielle ?

Par Gérald Tenenbaum, Mathématicien, spécialiste de la théorie des nombres, et professeur à l'Institut Élie Cartan de l'université de Lorraine. (<https://www.liberation.fr/auteur/18214-gerald-tenenbaum>) — 23 mars 2020 à 15:54



La croissance exponentielle, qui nous nargue en permanence, ne saurait rendre compte que d'une partie des phénomènes naturels, économiques ou sociologiques. Photo Getty Images

La communication autour de l'épidémie de Covid-19 s'est largement appuyée sur la notion mathématique de croissance exponentielle, qui nous emporte (trop) rapidement vers des nombres si grands qu'ils nous apparaissent comme intermédiaires entre le fini et l'infini.

Tribune. La communication autour de l'épidémie de Covid-19 s'est largement appuyée sur la notion mathématique de croissance exponentielle. Quand les mots résonnent, la raison s'égaré. Dérivé savant du latin *exponens*, *exposant*, l'adjectif «exponentiel» désigne d'abord, selon d'Alembert dans l'article éponyme de l'Encyclopédie (1751-1772), une «*quantité élevée à une puissance dont l'exposant est indéterminé et variable*».

Tous les termes de cette petite phrase sont propres à susciter l'inquiétude plus que la réflexion. Non seulement la «*quantité*» évoquée est une parfaite abstraction dont on prétend mesurer la taille avant d'en connaître la nature, mais elle apparaît «*élevée à une puissance*» devant laquelle nous ne pouvons que ressentir de... l'impuissance. Quand le quantitatif prend le pas sur le qualitatif, quelque chose se grippe dans notre représentation du monde. Et nous savons que certaines gripes sont mortelles.

Il est vrai qu'il est aisé de concevoir des quantités proportionnelles. Nous sommes habitués à l'exercice depuis l'enfance, même si la trop fameuse «règle de trois» a quelque peu obscurci le tableau. Si le kilo d'oranges vaut 2 euros, il faudra déboursier 6 euros pour acquérir trois kilos de ces fruits du soleil. Simple comme bonjour. Quelle que soit la quantité d'oranges achetées, le prix demeure identique rapporté au poids - que les grossistes de Rungis veuillent bien pardonner cette approximation à vocation purement spéculative.

Pièges

Mais supposez à présent qu'un démon maléfique fasse doubler le prix à chaque kilo supplémentaire. Alors le prix de 2 kilos serait de 4 euros, celui de 3 kilos de 8 euros, celui de quatre kilos de 16 euros, etc. Cela serait non seulement injuste, économiquement absurde, mais rapidement impraticable : tout le PIB mondial ne suffirait pas à l'emplette, somme toute modeste, de 47 kilos d'oranges.

C'est l'un des pièges de la notion d'exponentielle que de nous emporter (trop) rapidement vers des nombres si grands qu'ils nous apparaissent comme intermédiaires entre le fini et l'infini - une contrée psychologique que Benoît Rittaud, dans son livre prémonitoire *la Peur exponentielle* (PUF 2015) désigne fort judicieusement comme le «surfini». Ces grands nombres sont finis au sens mathématique du terme, on peut les écrire avec suffisamment de chiffres, mais ils sont infinis pour tout usage que nous pouvons en faire : les diviser ou les multiplier par 2 n'en modifierait pas notre représentation - une caractéristique classique de l'infini.

A LIRE AUSSI

Notre dossier : La planète face au coronavirus(<https://www.liberation.fr/coronavirus,101197>)

Ainsi, dès que nous sommes amenés à représenter un phénomène physique, en l'occurrence la progression du nombre de personnes infectées par le coronavirus, par une courbe à croissance exponentielle, l'extrapolation intuitive nous conduit presque inmanquablement au vertige. Les valeurs échappent au fini pour s'engouffrer dans le surfini et notre capacité à penser l'évolution s'essouffle.

Ces courbes qui semblent monter au ciel

Pour autant, il n'est pas si difficile de démystifier l'exponentielle. Elle n'est que la manifestation d'un processus naturel, celui qui veut que, parfois, le taux d'accroissement d'une quantité ne soit pas fixe mais proportionnel à la valeur instantanée de cette quantité. Si la contamination était linéaire, le nombre de nouveaux cas serait chaque jour identique au précédent. Mais la contamination est évidemment d'autant plus intense qu'une fraction importante de la population est atteinte. Le nombre de nouvelles personnes contaminées le mardi n'est donc pas égal à celui du lundi mais proportionnel au nombre total de personnes contaminées le lundi. D'où ces courbes qui semblent initialement monter au ciel et laissent l'impression désespérante et fallacieuse que la pandémie est irrésistible et insurmontable.

L'analyse offre une échappatoire en forme de revanche. Car enfin, dans une population donnée et pour le type d'infection que nous rencontrons, les personnes contaminées ne peuvent, sauf exceptions à négliger en première approximation, être contaminées à nouveau. Il s'ensuit que le nombre de cas nouveaux quotidiens ne peut pas demeurer constamment proportionnel au nombre d'infectés. Après un certain temps, plus il y a de malades, moins il peut y avoir de nouveaux malades. Il en va ainsi du devenir de toutes les courbes physiques qui débutent comme des exponentielles : il vient nécessairement un stade où le taux de renouvellement est voué à faiblir. La nature du phénomène ne change pas : le taux de renouvellement demeure proportionnel à la quantité globale mais le rapport de proportionnalité passe sous la barre de l'unité. C'est comme si, au lieu de doubler, le prix du kilo d'oranges était divisé par deux à chaque nouvel achat. Aussi vite avait-il atteint des valeurs impraticables, aussi vite deviendra-t-il tellement bon marché que l'orange ne vaudra, pour ainsi dire, plus un radis.

Point d'inflexion

Le moment critique où se produit la bascule entre croissance et décroissance du taux de renouvellement est ce fameux point d'inflexion des courbes épidémiques, dites «en S». Nous l'attendons avec impatience. Il surviendra d'autant plus tôt que les mesures de confinement auront été efficaces. Pourquoi cela ? Tout simplement parce que le confinement revient à exclure une partie de la population du processus d'infection et atteindre ainsi plus rapidement un niveau minoré de saturation. Moins de joueurs, donc moins de perdants.

Les mathématiques modélisent le réel mais permettent aussi, puisque la pensée n'a pas de limite, de modéliser d'irréel, l'infini et l'impossible. La croissance exponentielle, qui nous nargue en permanence, ne saurait rendre

compte que d'une partie des phénomènes naturels, économiques ou sociologiques. Toute grandeur évoluant en fonction d'elle-même, tôt ou tard, s'épuise d'elle-même. Il y va de notre grandeur d'intégrer ce principe dans notre vision du monde pour déterminer ce que nous voulons en faire.

Gérald Tenenbaum a récemment publié deux livres : *Des mots et des maths* (essai), Odile Jacob, et *Reflets des jours mauves* (roman), Héloïse d'Ormesson.

Gérald Tenenbaum Mathématicien, spécialiste de la théorie des nombres, et professeur à l'Institut Élie Cartan de l'université de Lorraine.(<https://www.liberation.fr/auteur/18214-gerald-tenenbaum>)